

## Comportamiento de extremos recortados de vigas de concreto para diferentes propiedades mecánicas

### Behavior of cut ends of concrete beams for different mechanical properties

MORENO-MARTÍNEZ, Jatziri Yunuén\*†, GALVÁN-CHÁVEZ, Arturo, GUTIÉRREZ-VILLALOBOS, José Marcelino, y ARROYO-CHÁVEZ, Hiram

*Universidad de Guanajuato Campus Celaya-Salvatierra, Av. Javier Barros Sierra 201 Col. Ejido de Santa María del Refugio C.P. 38140 Celaya, Gto. México*

ID 1<sup>er</sup> Autor: *Jatziri Yunuén, Moreno-Martínez*

ID 1<sup>er</sup> Coautor: *Arturo, Galván-Chávez*

ID 2<sup>do</sup> Coautor: *José Marcelino, Gutiérrez-Villalobos*

ID 3<sup>er</sup> Coautor: *Hiram, Arroyo-Chávez*

Recibido 20 de Septiembre, 2018; Aceptado 22 de Noviembre, 2018

#### Resumen

Este estudio trata sobre el comportamiento de extremos recortados de vigas de solución típica a base de estribos, anillos verticales y horizontales considerando diferentes resistencias de concreto bajo cargas de servicio, como las que se emplean en los viaductos elevados. Un aspecto crítico reside en la posibilidad de un agrietamiento prematuro en la esquina re-entrante en el extremo recortado de la viga. Limitar el agrietamiento a un nivel que no perjudique el correcto funcionamiento de las estructuras ni provoque que su apariencia sea inaceptable es fundamental en la calidad y durabilidad de una estructura. Se realizó un modelo numérico de un extremo recortado de viga usando el Método de Elemento Finito el cual se validó con su resultado experimental mostrando buena correlación en la curva Carga-Desplazamiento. Después se realizó un estudio paramétrico variando las propiedades mecánicas del concreto obtenidas de la literatura. Se encontró que conforme la resistencia a la compresión,  $f'_c$ , disminuye la capacidad de carga también en condiciones de servicio.

#### Extremos recortados de vigas, Propiedades mecánicas del concreto, Método de elementos finitos

#### Abstract

This study concerns the dapped-end beams of typical solution with its reinforcement based on hangers as well as on vertical and horizontal rings considering different concrete strengths under service load, which have been frequently used in recent time for highway. The critical aspect resides in the possibility of a premature cracking in the re-entrant corner of dapped-end. Limiting cracking at a level that does not damage the correct operation of the structure or cause unacceptable appearance is fundamental to the quality and durability of a structure. A numerical model of dapped-end beam was made using the Finite Element Method which was validated with its experimental result depicted good correlation in the Load-Displacement curve. Afterwards, a parametric study was carried out, varying the mechanical properties of the concrete obtained from the literature. It was found that as compressive strength of concrete,  $f'_c$ , decreases the load capacity also decreases under service load.

#### Dapped-end beam, mechanical properties concrete, Finite Element Method

**Citación:** MORENO-MARTÍNEZ, Jatziri Yunuén, GALVÁN-CHÁVEZ, Arturo, GUTIÉRREZ-VILLALOBOS, José Marcelino, y ARROYO-CHÁVEZ, Hiram. Comportamiento de extremos recortados de vigas de concreto para diferentes propiedades mecánicas. Revista de Operaciones Tecnológicas. 2018, 2-8: 22-27

\*Correspondencia al Autor (Correo Electrónico: jatziri.moreno@ugto.mx)

† Investigador contribuyendo como primer autor.

## Introducción

Los extremos recortados de vigas de concreto son un ejemplo representativo de un comportamiento que tiene configuraciones complejas de esfuerzos que las hacen más vulnerables a los agrietamientos debidos a la interacción flexión-cortante. Cuando las deformaciones por cortante no son despreciables comparadas con las de flexión, la hipótesis de esfuerzo plano, propuesta por Bernoulli, ya no se aplica. Entonces su comportamiento debe ser estudiado de otra manera, siendo una opción mediante el Método de Elementos Finitos (MEF).

## Justificación

Para establecer criterios de diseño para conexiones de elementos prefabricados como es el caso de los extremos recortados de vigas es necesario poder predecir su resistencia y su comportamiento bajo condiciones de servicio que será de utilidad para criterios realistas.

## Problema

Los extremos recortados no pueden tomarse como voladizos ordinarios por su relación  $\frac{a}{d} \leq 1$  (donde  $a$  es el claro de cortante y  $d$  es el peralte) y por la concentración de esfuerzos en la esquina re-entrante provocando que la falla pueda ocurrir porque predomine la tensión diagonal. Por otra parte, se tiene el problema de escases de espacio para anclar el refuerzo.

## Hipótesis

El diseño de extremos recortados está basado en las condiciones de equilibrio a la falla. El manual del PCI (Prestressed Concrete Institute, 1999) requiere la investigación de varios modos de falla potenciales junto con el refuerzo requerido para cada uno. Las ecuaciones de diseño están basadas en estudios de Mattock y Chan y son apropiadas para los casos en que  $\frac{a}{d} \leq 1$ .

## Objetivos

### Objetivo General

Para estudiar el comportamiento de extremos recortados en condiciones de servicio, se calibró un espécimen con el modelo numérico. Después se hicieron otras dos propuestas variando las propiedades mecánicas.

## Objetivos específicos

- Validar la metodología de aplicar un análisis de elementos finitos para las grietas usando el enfoque de agrietamiento disperso.
- Comparar el comportamiento de tres tipos de resistencia a la compresión en cuanto a: la aparición de agrietamiento en condiciones de servicio.

## Marco Teórico

Mattock y Chan (1979), presentaron un estudio que tuvo como propósito proporcionar un mejor entendimiento del comportamiento de extremos recortados de vigas para carga de servicio y carga última, con miras al desarrollo de un procedimiento de diseño racional. La punta (o reducción de la parte del peralte) de un extremo recortado se asemeja a una ménsula invertida. Sin embargo, en el caso de la ménsula, la fuerza de compresión del concreto inclinada en la ménsula es resistida por una fuerza de compresión en la columna; pero en el caso del extremo recortado, la inclinación de la fuerza de compresión en la punta será resistida por una fuerza a tensión en los estribos colocados cercanos al peralte total.

Para el equilibrio de la punta, el refuerzo de los estribos debe proporcionar una fuerza de tensión igual a la fuerza cortante actuando sobre la punta. Se probaron ocho extremos recortados, cuatro sujetos solo a carga vertical, y cuatro con combinación de cargas vertical y horizontal. De los resultados del programa de pruebas los investigadores concluyeron lo siguiente:

La parte del peralte reducido del extremo recortado puede ser diseñada como si fuera una ménsula, siempre que la relación claro de cortante "a" usada en el diseño sea tomada igual a la distancia del centro de acción de la carga vertical al centro de gravedad del refuerzo de los colgantes  $A_{vh}$ .

El diseño del extremo recortado propuesto podrá ser usado, sí el claro de cortante "a" entre el peralte efectivo "d" es  $\leq 1.0$ .

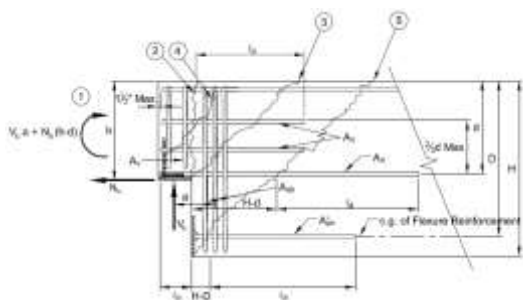
Khan (1981), verificó los diseños de Mattock y Chan propuestos para vigas con relación  $a/d \leq 1.0$  utilizando estribos horizontales solamente en la punta.

MORENO-MARTÍNEZ, Jatziri Yunuén, GALVÁN-CHÁVEZ, Arturo, GUTIÉRREZ-VILLALOBOS, José Marcelino, y ARROYO-CHÁVEZ, Hiram. Comportamiento de extremos recortados de vigas de concreto para diferentes propiedades mecánicas. Revista de Operaciones Tecnológicas. 2018

Además, verificó vigas con relación  $a/d \geq 1.0$ , utilizando una combinación de estribos horizontales y verticales en la punta. Los resultados obtenidos mostraron la validez de las recomendaciones de Mattock y Chan para vigas con la relación  $a/d \leq 1.0$ . En el caso de las relaciones  $1.0 \leq a/d \leq 1.5$ , el extremo recortado puede ser diseñado como una viga de gran peralte, usando la combinación de estribos horizontales y verticales. El comportamiento de extremos recortados puede asumirse como el comportamiento de una armadura.

### Criterio de diseño de extremos recortados de vigas

El diseño de extremos recortados está basado en las condiciones de equilibrio a la falla. El manual del PCI (Prestressed Concrete Institute, 1999) requiere la investigación de varios modos de falla potenciales los cuales son numerados y mostrados en la Figura 1 junto con el refuerzo requerido para cada uno. Las ecuaciones de diseño propuestas en la sección 4.6.3 (sexta edición del Manual del PCI) están basadas en estudios de Mattock y Chan y son apropiadas para los casos en que  $\frac{a}{d} \leq 1$  (donde  $a$  es el claro de cortante y  $d$  el peralte efectivo del extremo recortado).



**Figura 1** Modos de falla y refuerzo necesario para extremos recortados de viga  
Fuente: (PCI, 1999)

La propuesta del PCI considera el refuerzo únicamente con acero normal. Los principales modos de fallas y el acero de refuerzo que hay que colocar para evitarlos se describen a continuación:

Flexión y tensión axial en el extremo. La resiste el refuerzo horizontal, que consiste en la sumatoria del refuerzo por flexión más el refuerzo por tensión axial.

$$A_s = A_f + A_n \quad (1. a)$$

$$A_s = \frac{1}{\phi f_y} \left[ V_u \left( \frac{a}{d} \right) + N_u \left( \frac{h}{d} \right) \right] \quad (1. b)$$

Donde:

$A_s$  = área de refuerzo principal en el extremo recortado

$A_f$  = área de acero de tensión primaria resistente a momento

$A_n$  = área del acero de tensión primaria resistente a fuerza de tensión  $N_c$

$N_c$  = fuerza horizontal

$$\phi = 0.85$$

$a$  = Claro de cortante

$l_p$  = Ancho del extremo

$h$  = Peralte total del extremo

$d$  = Distancia desde la parte alta de la ménsula al centroide de  $A_s$  (peralte

Efectivo de la ménsula

$f_y$  = Esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo

$V_u$  = Fuerza vertical factorizada aplicada

$N_u$  = Fuerza de tensión, puede considerarse como  $0.2 V_u$ .

Corte directo. Esta grieta debe ser restringida por la combinación de  $A_s$  y  $A_h$ . Este refuerzo puede ser determinado por las siguientes ecuaciones:

$$A_s = \frac{2V_u}{3\phi f_y \mu_e} + A_n \quad (2.a)$$

$$A_n = \frac{N_u}{\phi f_y} \quad (2.b)$$

$A_s$  se toma como el mayor valor entre los dos dados por las ecuaciones 2.a y 2.b; este valor se usa en la siguiente expresión y se determina el área de acero  $A_h$  (área de estribos horizontales).

$$A_h = 0.5(A_s - A_n) \quad (3)$$

Donde:

$$\mu_e = \frac{70.3\lambda^2 b h \mu}{V_u}$$

$\mu$  = coeficiente de fricción

$\lambda$  = Factor de modificación relacionado con la densidad del concreto.

Tensión diagonal que se presenta en la esquina re-entrante y que origina una grieta que inicia desde esa esquina hacia la zona de más peralte del elemento,  $A_{sh}$  (área de colgantes). El refuerzo necesario para resistirla se determina mediante la ecuación:

$$A_{sh} = \frac{V_u}{\phi f_y} \quad (4)$$

Se debe agregar refuerzo vertical en el extremo para evitar una falla frágil debida a la grieta 4, así como también, para evitar la falla por cortante directo en la unión viga-viga (interface), y para confinar el puntal de compresión.

Este refuerzo se puede calcular aplicando las siguientes ecuaciones:

$$\phi V_n = \phi \left( A_v f_y + A_h f_y 0.53 \lambda b d \sqrt{f'_c} \right) \quad (5)$$

Donde  $A_v$  (área de estribos verticales), debe determinarse como sigue:

$$A_v = \frac{1}{2 f_y} \left[ \frac{V_u}{\phi} - 0.53 \lambda b d \sqrt{f'_c} \right] \quad (6)$$

$f'_c$  = resistencia a la compresión

Tensión diagonal en la porción sin extremo recortado. La grieta superior del elemento completo debe ser impedida mediante acero de refuerzo el cual debe ser igual o mayor al acero  $A_{sh}$ , para que pueda formar ganchos y así garantizar un buen anclaje. Por lo tanto, se debe de cumplir la siguiente condición:

$$A'_{sh} \geq A_{sh} \quad (7)$$

Otras consideraciones:

El peralte del extremo extendido no será menor que a la mitad del peralte de la viga, a menos de que la viga sea significativamente más peraltada por otras razones estructurales.

El refuerzo de colgantes,  $A_{sh}$ , debe colocarse lo más cerca posible a la esquina entrante. Estos requerimientos de refuerzo no se suman a otros requerimientos de refuerzo a cortante.

Los esfuerzos de flexión en el peralte total de la sección inmediatamente más allá del recorte, calculados usando cargas factorizadas y propiedades de la sección gruesa, no excederán  $6\sqrt{f'_c}$ . El refuerzo longitudinal deberá ser colocado en la viga para desarrollar la resistencia a flexión requerida.

La falla del elemento ocurre bajo la combinación de estados de esfuerzo de cortante-compresión.

A medida que el refuerzo fluye, las grietas comienzan a incrementar el ancho y la deflexión significativamente.

Cuando las grietas se han desarrollado hasta cierto punto, la tensión en el alma del refuerzo en la vecindad de la esquina entrante aumenta con las grietas inclinadas desarrolladas gradualmente.

### Modelos numéricos

El modelo numérico base corresponde a un extremo recortado de viga de concreto reforzado con solución típica a base de estribos, anillos verticales y horizontales. Después se aplicó carga simétrica hasta alcanzar la carga de servicio. Los modelos se denominan: Modelo Propiedades Mecánicas de los concretos (MPM) y están acompañados con un número distinto para distinguir que estamos hablando de diferentes propiedades mecánicas de los concretos.

### Propiedades mecánicas

Las propiedades mecánicas de los concretos utilizadas fueron obtenidas de la literatura (Moreno, 2013; Pei-Chang y Nanni, 2000; Chiaia, 2007).

Donde:  $E_c$  = módulo de elasticidad,  $\nu$  = coeficiente de Poisson,  $f_t$  = resistencia a la tensión por flexión,  $c$  = cohesión.

El acero de refuerzo se consideró disperso, el  $f_y$  de los colgantes y parrillas es de 407.8 y 376.4 MPa respectivamente. El valor de  $\nu$  fue de 0.23. Las propiedades mecánicas para cada modelo se muestran en la Tabla 1.

Modelo	$f'_c$ (MPa)	$E_c$ (GPa)	$f_t$ (MPa)	$c$ (MPa)
MPM1	56.40	27.65	4.39	23.68
MPM2	41.36	21.73	2.12	17.37
MRM3	37.50	33.00	2.38	15.70

**Tabla 1** Propiedades mecánicas de los modelos numéricos

Fuente: Elaboración propia

### Resultados

La validación de los modelos numéricos se realizó comparando los resultados experimentales (Moreno, 2013) con el modelo MPM1.

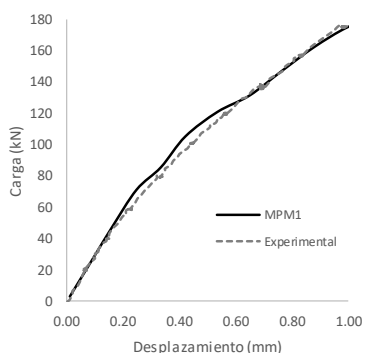
MORENO-MARTÍNEZ, Jatziri Yunuén, GALVÁN-CHÁVEZ, Arturo, GUTIÉRREZ-VILLALOBOS, José Marcelino, y ARROYO-CHÁVEZ, Hiram. Comportamiento de extremos recortados de vigas de concreto para diferentes propiedades mecánicas. Revista de Operaciones Tecnológicas. 2018

Los resultados mostraron buena correlación como se puede muestra en la Figura 2. Después sólo se cambiaron las propiedades mecánicas para el resto de los modelos numéricos. La carga a la que se presenta el primer agrietamiento,  $P_{cr}$ , en los modelos numéricos se muestra en la Tabla 2.

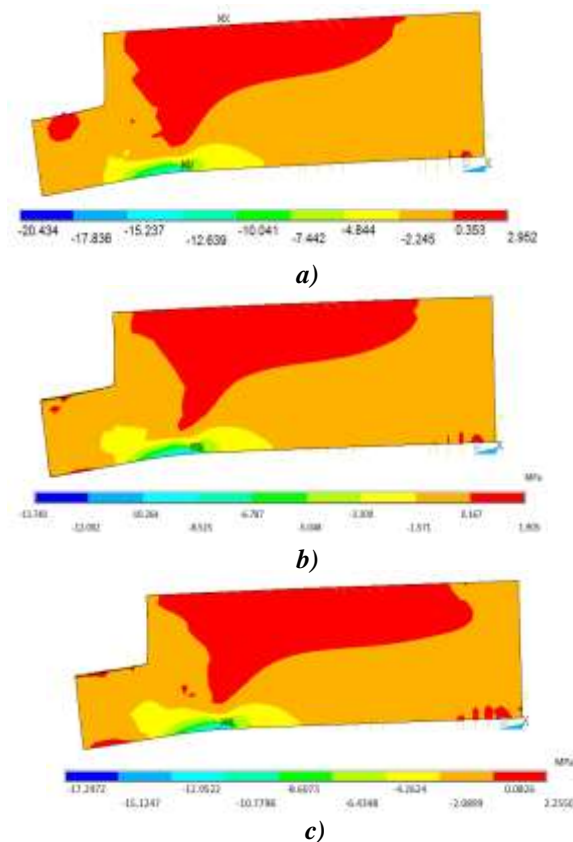
Modelo	$P_{cr}$ (kN)
MPM1	56.39
MPM2	41.37
MPM3	35.97

**Tabla 2** Primer agrietamiento,  $P_{cr}$ ,  
Fuente: Elaboración Propia

Los mapas de esfuerzos de los tres modelos se muestran en la Figura 3, los valores negativos indican esfuerzos de compresión y los valores positivos indican esfuerzos de tensión. Con los valores mostrados en la Tabla 1 podemos saber de que orden son los esfuerzos.

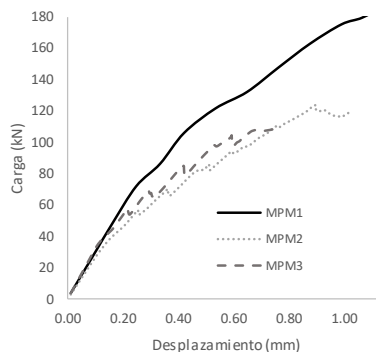


**Figura 2** Curva Carga-Desplazamiento: prueba experimental vs modelo numérico  
Fuente: Elaboración Propia



**Figura 3** Mapa de esfuerzos en la dirección longitudinal:  
a) MPM1; b) MPM2; MPM3  
Fuente: Elaboración Propia

La curva Carga-Desplazamiento de los tres modelos se muestra en la Figura 3.



**Figura 4** Curva Carga-Desplazamiento de los modelos numéricos  
Fuente: Elaboración Propia

El desplazamiento máximo de los modelos MPM1 y MPM2 fue del orden de 1.00 mm, mientras que el modelo MPM3 fue de de 0.76 mm. Los modelos MPM2 y MPM3 mostraron pérdida de rigidez al 22% de la carga de servicio. En cuanto a la capacidad de carga el modelo MPM1 mostró mejor comportamiento ante carga simétrica de servicio que los otros dos modelos.

**Conclusiones**

Los extremos recortados de vigas son elementos estructurales de configuración de esfuerzos complejo como se mostró en los mapas de esfuerzos. El modelo que mostró mejores resultados en cuanto a capacidad de carga fue el MPM1 que corresponde a la configuración típica de refuerzo, de la misma manera su capacidad para retardar el agrietamiento es mayor con respecto a los otros dos modelos.

Bajar la resistencia a la compresión en extremos recortados de vigas no es recomendable ya que la capacidad de carga disminuye.

Es importante retardar la aparición del agrietamiento para evitar la posible penetración de agua y con ello la corrosión del acero.

**Agradecimientos**

Los autores agradecen a la Universidad de Guanajuato. El primer autor agradece al Instituto de Ingeniería de la UNAM.

**Referencias**

ANSYS (2006). "Documentation for ANSYS", ANSYS Workbench Release v. 11.0. ANSYS Inc. USA.

Chiaia, B., Fantilli, A. P., y Vallini, P. (2007). *Evaluation of Minimum Reinforcement Ratio in FRC Members and Application to Tunnel Linings*. Materials and Structures. Vol. 40, 6, pp. 593-604.

Khan, M. A. (1981). *A study of the behavior of reinforced concrete dapped-end beams*. MSCE thesis, Univ. Washington, Seattle Washington August pp. 145.

Mattock, A. H., y Chan, T.C. (1979) *Design and behavior of dapped end beams*. PCI J; 24(6):28-45.

Moreno, J. Y. (2013). *Estudio experimental y simulación numérica del comportamiento de extremos recortados de vigas de concreto*. Tesis doctoral, División de Estudios de Posgrado, Universidad Nacional Autónoma de México 2013.

Pei-Chang, H., y Nanni, A. (2000). *Dapped-end strengthening of precast prestressed concrete double tee beams with FRP composites*. University of Missouri-Rolla. Center for Infrastructure engineering studies.

Prestressed Concrete Institute (1999). *PCI Design Handbook*. Sixth Edition, Chicago, Illinois, pp. 4-79~4-83.