

Simulación de un Mecanismo de Línea Recta

JIMÉNEZ-RABIELA, Homero †, VÁZQUEZ-GONZÁLEZ, Benjamín, ALVAREZ-MIRANDA, Gilberto Domingo, BARRAGÁN-SANTIAGO, Israel

Depto. de Energía, División de Ciencias Básicas e Ingeniería, U. Azcapotzalco, Universidad Autónoma Metropolitana

Recibido Junio 29, 2017; Aceptado Agosto 06, 2017

Resumen

Objetivos, metodología: Simular un mecanismo de línea recta de manera virtual, tridimensional y paramétrica con un sistema planetario de engranes.

Contribución: En este trabajo se simuló un mecanismo de línea recta; constituido por tres eslabones: un engrane planetario rodando sobre un engrane anillo, unidos por una armadura planetaria. Se generaron los archivos .ipt de los tres eslabones y el archivo .iam del mecanismo, en el que se simuló de manera virtual, tridimensional y paramétrica; su comportamiento desde el punto de vista cinético. Se muestra la trayectoria sobre una línea recta, de un punto en la circunferencia de paso del engrane planetario como caso particular de las hipocicloides que es posible generar variando la relación entre los diámetros de engranes. Se diseñó los engranes con dimensiones tales que permitieron asegurar su operación, sin interferencia que pudiera afectar la trayectoria recta de todos los puntos sobre la circunferencia de paso del engrane planetario. Se describe el procesos de generación de ambos engranes para evitar errores de tipo geométrico. Kliukin publicó en 2011 una colección de mecanismos con propósito tanto didáctico como de exhibición, que permite evaluar su importancia.

Simulación, mecanismo, recta, paramétrica, engranes

Citación: JIMÉNEZ-RABIELA, Homero, VÁZQUEZ-GONZÁLEZ, Benjamín, ALVAREZ-MIRANDA, Gilberto Domingo y BARRAGÁN-SANTIAGO, Israel. Simulación de un Mecanismo de Línea Recta. Revista de Sistemas Computacionales y TIC's. 2017, 3-8:46-53

Abstract

Objectives, methodology: Simulate a straight-line mechanism in a virtual, three-dimensional and parametric way with a planetary gear system.

Contribution: In this paper, a straight line mechanism was simulated; constituted by three links: a planetary gear rolling on a ring gear, united by a planetary armature. The .ipt files of the three links and the .iam file of the mechanism were generated, on the .iam file it was simulated in a virtual, three-dimensional and parametric way, its behaviour from the kinetic point of view. We showed the trajectory on a straight-line of a point on the circumference of the planetary gear as a particular case of the hypocycloids that can be generated by varying the relation between the gear diameters is shown. The gears were designed with such dimensions as to ensure their operation, without interference that could affect the straight path of all points of the step circumference of the planetary gear. It describes the process of generations of both gears to avoid errors of geometric type. Kliukin [1] published in 2011 a collection of mechanisms with purpose both didactic an exhibition, that allow to evaluate its importance.

Simulation, mechanism, straight, parametric, gear

† Investigador contribuyendo como primer autor.

Introducción

Actualmente existen mecanismos de cuatro eslabones con cuatro pares de revoluta de línea recta aproximada, entre los que destacan el de Watt (1736-1819), de Robert (1789-1864), y de Chebyshev (1821-1894); sólo el tercero cumple la Condición de Grashof. Norton R. L. (2009) hace una descripción de estos mecanismos.

Por otro lado existen mecanismos de línea recta exacta como el de Sarrus (1853), el de 8 eslabones y 8 pares de revoluta de Peaucellier-Lipkin (1873), el de 6 eslabones y 7 pares de revoluta denominado inversor de Hart (1875), y el derivado de una propuesta del astrónomo y matemático persa Nasir al-Din al-Tusi en 1247, del cual en este trabajo se presenta una aplicación para máquinas herramientas.

La importancia de los mecanismos de línea recta es evidente por su aplicación tanto en maquinaria para transporte como en máquinas herramientas diversas. Matthew Murray (1765 – 1826), fabricante de máquinas herramientas y de vapor, consideró la posibilidad de mejorar el diseño de motores de vapor; quería hacerlos simples, ligeros y compactos.

Un problema que enfrente fue que James Pickard ya había patentado el método de manivela y volante para convertir el movimiento lineal en movimiento circular. Ingeniosamente resolvió el problema mediante un engranaje hipocicloidal con el que logró convertir el movimiento lineal en circular y construyó motores de vapor simples, ligeros y compactos. Sin embargo, tan pronto como la patente de Pickard expiro, se olvidó del engranaje hipocicloidal para usar el método de manivela y volante. Existe una aplicación del mecanismo de Tusi, en la máquina de vapor Hipocicloidal de Matthew Murray, de 1805, para aplicaciones de bombeo. Actualmente puede verse esta máquina en el Museo de Ciencias de Birmingham, Reino Unido.

La máquina utiliza este principio para la extensión-retracción lineal del vástago de un pistón.

La propuesta presentada en este artículo tiene la ventaja de ser un mecanismo de tres eslabones con dos pares de revoluta y un par de rodadura, genera una línea recta exacta; está integrado por el engrane anillo (eslabón fijo) sobre el que pivota un extremo de la armadura planetaria (eslabón motriz), en el otro extremo de la armadura planetaria pivota el engrane planetario conteniendo la herramienta de corte; resuelve el problema de diseñar un mecanismo con pocos eslabones y pocos pares que previsiblemente implicará cero desviación de la línea recta exacta por errores gráficos y estructurales, reduciendo las desviaciones por errores mecánicos.

Las secciones 2 – 6 se utilizan para el desarrollo del trabajo. En la 2 se define la metodología y los parámetros a utilizar. En la 3 se describe el proceso de generación de los eslabones, enfatizando sus características de tipo geométrico. En la 4 se indica el proceso de ensamble para que el sistema sea capaz de generar un número infinito de líneas rectas. En la 5 se presenta una secuencia del movimiento de los eslabones del sistema, obtenida por la simulación del mismo; constatando la trayectoria exactamente recta, recorrida por la herramienta. Los resultados se indican en la 6.

Metodología

Se usó el sistema americano, por lo que las longitudes están en pulgada. Los parámetros independientes, y sus valores, son: $P = 2$, paso diametral [P]. $r^p = 7.25$, radio de paso del engrane planetario [rp]. $\varphi = 25^\circ$, ángulo de la línea de presión [FI]. $\omega = 1 \text{ rad/s}$, velocidad angular de armadura planetaria [OM]. $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$, ángulo de rotación de armadura planetaria. $K = r^a/r^p$, cociente de los radios.

Se usó los parámetros dependientes:
 $r^a = 2r^p$, radio de paso del engrane anillo. $r_a^p = r^p + (1/P)$, radio de addendum engrane planetario. $r_a^a = 2r^p + (1.25/P)$, radio de addendum del engrane anillo. $r_d^p = r^p - (1.25/P)$, radio de dedendum del engrane planetario. $r_d^a = 2r^p - (1/P)$, radio de dedendum del engrane anillo. $r_f = 0.2/P$, radio de filete en "pie" del diente. $r_b^p = r^p \cos\varphi$, radio base de engrane planetario. $r_b^a = 2r^p \cos\varphi$, radio base del engrane anillo. $N^p = 2r^p P$, dientes en el engrane planetario. $N^a = 4r^p P$, dientes en el engrane anillo. $\alpha^p = (90^\circ/N^p) - (0.2/P)$, ángulo que subtiende medio diente del engrane planetario. $\alpha^a = (90^\circ/N^a) + (0.2/P)$, ángulo subtendido por medio diente del engrane anillo. $\beta^p = (90^\circ/N^p) + (0.2/P)$, ángulo subtendido por medio claro del engrane planetario. $\beta^a = (90^\circ/N^a) - (0.2/P)$, ángulo subtendido por medio claro del engrane anillo. $\omega^p = -\omega$, velocidad angular del engrane planetario en rad/s . $0 \leq \delta \leq (\pi/4)$, ángulo para generar la evoluta. $\gamma = \theta - K\theta$, ángulo de rotación del engrane planetario.

Entre corchetes están los caracteres en la hoja electrónica de cálculo para controlar los archivos gráficos, ver Tabla 1.

P	2	ul	Paso diametral
rp	7.25	in	Radio de paso planetario
FI	25	deg	Ángulo de presión
OM	1	ul	Vel. angular armadura

Tabla 1 Parámetros

Fuente: *Elaboración propia*

Usando tanto parámetros independientes como dependientes se generaron los archivos; virtuales, tridimensionales y paramétricos; de eslabones del sistema; los cuales se acoplaron usando restricciones, obteniéndose el mecanismo de línea recta exacta.

El sistema fue simulado, desde el punto de vista cinético, constatando la trayectoria exactamente recta de la herramienta en la circunferencia de paso del engrane planetario.

Generación de Eslabones

El procedimiento para la generación de engranes, eslabones más importantes del sistema, es similar con pequeñas variantes. En particular para el engrane anillo, ver Figuras 1 y 2, la longitud sobre el arco AD es igual a la longitud de la tangente DB.

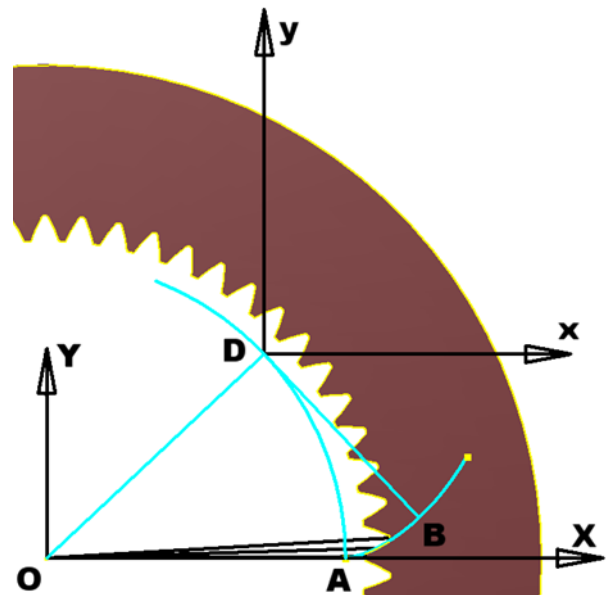


Figura 1 Trazo de la evoluta para el engrane anillo

Fuente: *Elaboración propia*

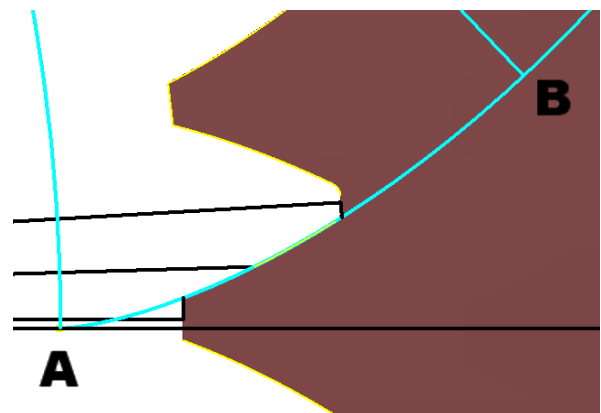


Figura 2 Detalle de la Figura 1

Fuente: *Elaboración propia*

Considerando el marco de referencia inercial en **O** y el marco de referencia no inercial en **D**, las coordenadas de la evoluta que inicia en **A** y pasa por **B**, con respecto al marco de referencia inercial son:

$$X = r_b^a \cos \delta + \delta r_b^a \cos(1.5\pi + \delta) \quad (1)$$

$$Y = r_b^a \sin \delta + \delta r_b^a \sin(1.5\pi + \delta) \quad (2)$$

Los radios de addendum, de paso y de dedendum; así como los ángulos subtendidos por medio diente y medio claro; del engrane anillo se obtienen con las expresiones indicadas en la sección 2.

En hoja electrónica de cálculo se determinaron las coordenadas de los puntos de la evoluta y se exportaron al archivo gráfico, aún cuando la discretización del ángulo δ fue de grado en grado, es posible reducirla tanto como se necesite y lo permita el ambiente virtual. Es conveniente resaltar que los perfiles, de un "diente" en el engrane anillo comparado con el de un diente en el engrane planetario, son tales que los addendum y los dedendum deben estar intercambiados, los ángulos subtendidos por medio diente y medio claro también deben intercambiarse. Lo anterior puede observarse en las Figuras 1, 2 y 3. Nótese que para ambos engranes, la circunferencia base es menor que la circunferencia de dedendum.

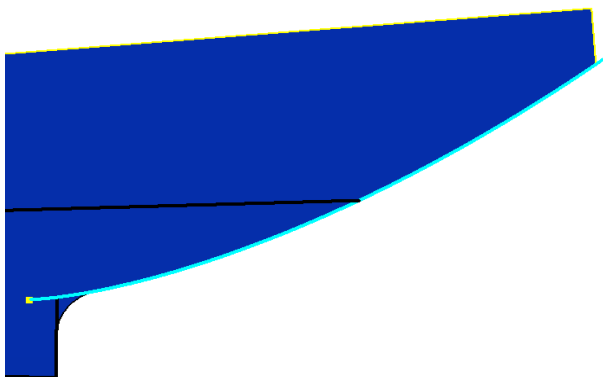


Figura 3 Medio perfil de diente, engrane planetario

Fuente: *Elaboración propia*

Ensamble del Mecanismo

Para una mejor comprensión de ésta y las siguientes secciones, se recomienda la lectura de Galería de curvas en el plano de Fernández, Tren de engranajes planetarios tipo "Cyclo" de Rubio, así como de Cálculo de varias variables de Thomas.

En el eslabonamiento se fijó el engrane anillo. Los barrenos en la armadura planetaria colocada en la parte posterior del engrane planetario, (roja), se hicieron coincidir; uno con el centro geométrico del engrane anillo (café) y el otro con el centro geométrico del engrane planetario (azul). Para acoplar adecuadamente los dientes de los engranes anillo y planetario; éste último se giró 2.3174607669 grados, en el sentido contrario a las manecillas del reloj, con respecto al engrane anillo.

Una vez acoplados adecuadamente los dientes de uno y otro engrane, la restricción se eliminó para evitar inconsistencias al poner en movimiento el sistema. Se estableció un ángulo dirigido de cero grados entre la armadura planetaria y el engrane anillo. Para lograr la trayectoria exactamente recta de cada punto de la circunferencia de paso del engrane planetario, se estableció la relación $\omega^p = -\omega$.

Al sistema se le instaló la herramienta (verde), fresa frontal de ángulo, con cero grados de libertad con respecto al engrane planetario y sobre la circunferencia de paso de éste. La restricción de ángulo dirigido igual a cero grados fue manejada de cero a 360 grados para simular el comportamiento desde el punto de vista cinético del sistema. El mecanismo ensamblado se muestra en las Figuras 4 y 5.

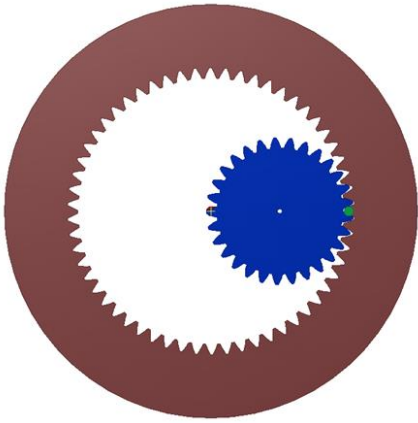


Figura 4 Mecanismo ensamblado
Fuente: *Elaboración propia*



Figura 5 Detalle de la Figura 4
Fuente: *Elaboración propia*

Simulación del Mecanismo

Al manejar la restricción de ángulo dirigido entre armadura planetaria y engrane anillo, desde cero hasta 360 grados, se obtiene la secuencia de imágenes de posición del mecanismo mostrada en las Figura 6 a 10.

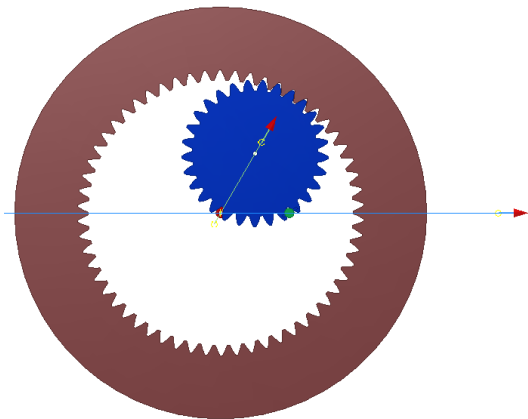


Figura 6 Mecanismo para $\theta = 60^\circ$.
Elaboración propia.

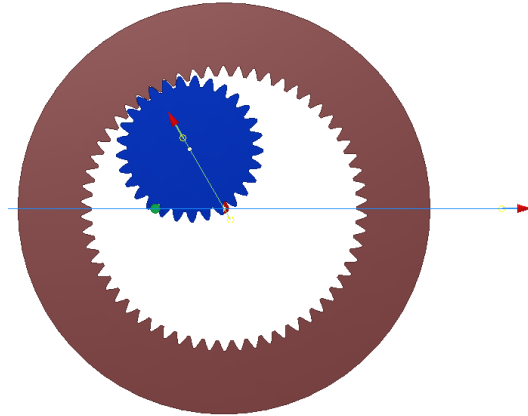


Figura 7 Mecanismo para $\theta = 120^\circ$.
Fuente: *Elaboración propia.*

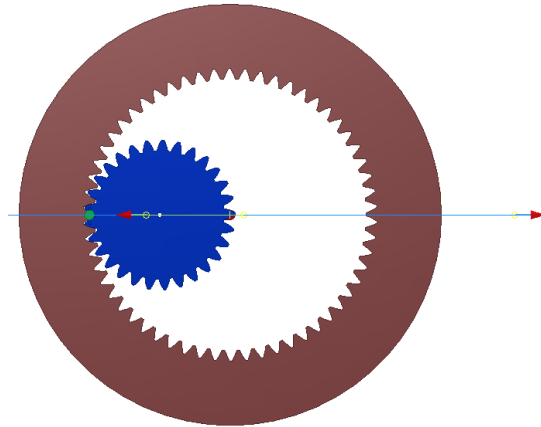


Figura 8 Mecanismo para $\theta = 180^\circ$.
Fuente: *Elaboración propia.*

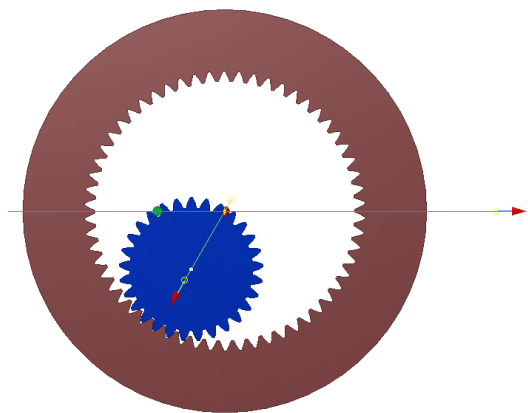


Figura 9 Mecanismo para $\theta = 240^\circ$.
Fuente: *Elaboración propia.*

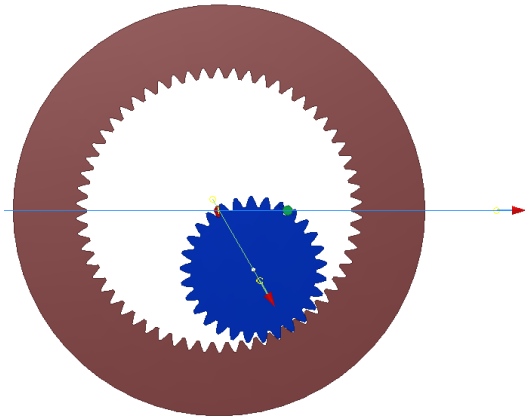


Figura 10 Mecanismo para $\theta = 300^\circ$.
Fuente: Elaboración propia

De manera general; una hipocicloide, ver Figuras 11 y 12, es la trayectoria descrita por un punto situado sobre una circunferencia generatriz (circunferencia de paso del engrane planetario) que rueda sin deslizar ni patinar por el interior de otra circunferencia directriz (circunferencia de paso del engrane anillo).

Si en la Figura 11 consideramos $\theta - K\theta = \gamma$, las coordenadas del centro de la herramienta serán:

$$X = (r^a - r^p)\cos\theta + r^p\cos\left(\theta - \frac{r^a}{r^p}\theta\right) \quad (3)$$

$$Y = (r^a - r^p)\sen\theta + r^p\sen\left(\theta - \frac{r^a}{r^p}\theta\right) \quad (4)$$

Ecuaciones que generan tantas hipocicloides como valores se asignen a K . Cuando $K = 2$, la hipocicloide degenera en un segmento de recta; las ecuaciones (3) y (4) se transforman en:

$$X = 2r^p\cos\theta \quad (5)$$

$$Y = 0 \quad (6)$$

Ecuaciones que definen un segmento de recta de longitud igual a $4r^p$ y colineal con el eje X .

Si se mantiene constante el radio de la circunferencia de paso del engrane planetario (7.25) y se aumenta el radio de la circunferencia de paso del engrane anillo (29), de tal manera que $K = 4$, la trayectoria de la herramienta sería la hipocicloide mostrada en la Figura 12.

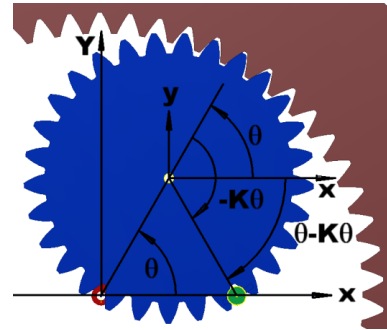


Figura 11 Parámetros de una hipocicloide.
Fuente: Elaboración propia

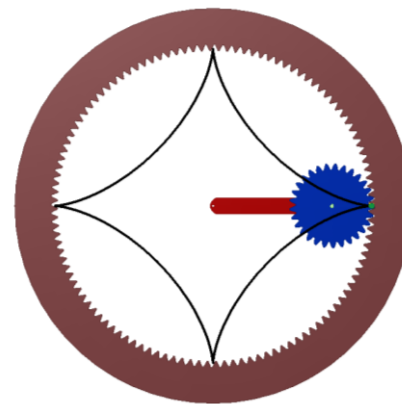


Figura 12 Hipocicloide para $K = 4$.
Fuente: Elaboración propia.

Resultados

En tanto el cociente del radio del engrane anillo entre el radio del engrane planetario sea igual a 2, y la velocidad angular absoluta del engrane planetario sea igual al doble negativo de la velocidad angular absoluta de la armadura planetaria; todo punto sobre la circunferencia de paso del engrane planetario describirá trayectoria exactamente recta, la que se puede visualizar como una estrella de dos puntas.

De manera general, una hipocicloide en la que el cociente de radios antes mencionado sea igual a n , y la velocidad angular absoluta del engrane planetario sea n veces la velocidad angular absoluta de la armadura planetaria y de sentido contrario; todo punto sobre la circunferencia de paso del engrane planetario describirá una trayectoria que se puede visualizar como una estrella de n puntas. Las trayectorias como estrella de dos o n puntas fueron constatadas durante las simulaciones de los respectivos sistemas.

La metodología permitió mostrar el mecanismo de manera virtual, tridimensional, paramétrica y cinética. El diseño de los engranes aseguró que las circunferencias base sean, en ambos casos, menores a las circunferencias de dedendum; evitando la posible interferencia y socavación de los dientes. La exportación de coordenadas de la evoluta, desde la hoja electrónica de cálculo, a los archivos gráficos de engranes hace posible la generación de estos de manera considerablemente rápida. La simulación del sistema hace posible comprender de manera relativamente sencilla aspectos de tipo mecánico y cinético del sistema presentado.

Agradecimiento

Se agradece el apoyo tanto de la Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Azcapotzalco, así como de la División de Ciencias Básicas e Ingeniería y del Departamento de Energía.

Conclusiones

Al simular el mecanismo de línea recta virtual, tridimensional y paramétrica; con un sistema planetario de engranes; se logró constatar que el diseño de los perfiles de los dientes evita su posible interferencia y socavación, aumentando su vida útil.

Dado que la propuesta es para aplicarse en máquinas herramientas; diseñar pares de engranes de diámetros diferentes a los propuestos, que cumplan con las condiciones establecidas, es una posibilidad de mejora para permitir diferentes carreras de la herramienta de corte.

Como perspectiva a futuro del presente trabajo, consideraremos también la aplicación del mecanismo, para lograr el desplazamiento lineal de ejes de impresoras 3D, haciendo un análisis comparativo de la ventaja mecánica y de los esfuerzos inducidos en el mecanismo propuesto al aplicarlo a máquinas de manufactura aditiva y a máquinas herramientas; incluyendo en el análisis los diferentes tipos de motores factibles de utilizar para controlar el movimiento y la velocidad.

Referencias

Fernández M. C. G. (UNAM). Galería de curvas en el plano. Recuperado de www.red-mat.unam.mx/foro/volumenes/vol024/MaterialDeApoyoEnMaple9.pdf

Hart (1875). *Matemática Interactiva*. Recuperado de <http://www.matematicainteractiva.com/inversor-de-hart>.

Kliukin, D. "Straight.Line Mechanisms" in the Collection of Bauman Moskov State Technical University. The 13th World Congress in Mechanisms and Machine Science, Guanajuato, México, 19-25 June, 2011.

Norton R. L. (2009). *KINEMATICS AND DINAMICS OF MACHINERY* (2nd ed.) Singapore: Mc Graw Hill.

Peaucellier - Lipkin (1873). *Mecanismo de Peaucellier-Lipkin*. Recuperado de https://es.wikipedia.org/wiki/Mecanismo_de_Peaucellier-Lipkin.

Rubio, F. J. et al (2010). Tren de engranajes planetarios tipo “Cyclo”. Valencia, España: memorias del XVIII CONGRESO NACIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA. Recuperado de <https://previa.uclm.es/actividades/2010/congresoIM/pdf/cdarticulos/054.pdf>

Sarrus (1853). *Mecanismo de Sarrus*. Recuperado de http://wikivisually.com/lang-es/wiki/Mecanismo_de_Sarrus.

Thomas, G. B. (2006). Cálculo: varias variables. Recuperado de http://civil2011.bligoo.cl/media/users/15/791368/files/138227/Cálculo_Varias_Variables_-_Thomas_-_11ma_Edición.pdf

Tusi (1247). *Tusi couple*. Recuperado de https://en.wikipedia.org/wiki/Tusi_couple.

Murray M. (1812). *Matthew Murray*. Recuperado de https://en.wikipedia.org/wiki/Matthew_Murray.