

Síntesis del mecanismo plano biela-manivela-corredera como seguidor de curvas prescritas

Eduardo Alba, Raúl Ramos, Vicente Cisneros y José López

E. Alba, R. Ramos, V. Cisneros y J. López
Universidad Tecnológica de Salamanca, Av. Universidad Tecnológica No. 200, C.P. 36764, Salamanca,
Guanajuato, México, teléfono: (464) 64 7 38 61
ealba@utsalamnca.edu.mx

M. Ramos.,V.Aguilera.,(eds.). Ciencias de la Ingeniería y Tecnología, Handbook -©ECORFAN- Valle de Santiago, Guanajuato, 2013.

Abstract

In this work a kinematical synthesis procedure for the slider-crank mechanism is shown, this procedure is used to design a mechanism in which the slider could follow a pre-established trajectory and also make that the input and output angles have a desired relationship in which the input angle defines the followed length on the specified trajectory. The synthesis procedure shown in this paper can be used in order to design mechanisms for rigid body conduction through an established trajectory, in which the relationship between the input and output angles can be controlled.

18 Introducción

En la actualidad, diferentes tipos de mecanismos son utilizados en el diseño de maquinaria. Muchos de estos son mecanismos del tipo plano, este tipo de mecanismos son capaces producir movimientos de rotación perpendiculares al plano del mecanismo y de translación paralelos a este plano, teniendo estos uno o varios grados de libertad [1, 2]. Uno de los mecanismos planos con mayor aplicación en el diseño de maquinaria es el mecanismo plano tipo biela-manivela-corredera.

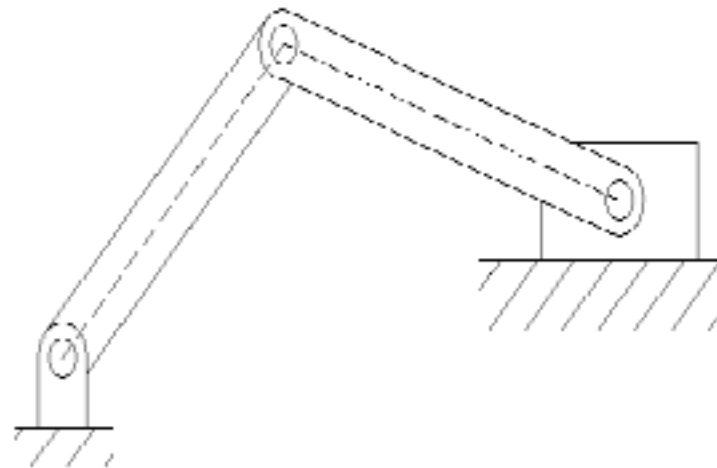
En lo que concierne al diseño de mecanismos, existen diferentes tipos de síntesis cinemática, la síntesis de tipo, síntesis de número y síntesis dimensional. Esta última es la que le concierne determinar las longitudes de los eslabones para producir un determinado movimiento. La síntesis cinemática dimensional de mecanismos se clasifica en tres tipos, la síntesis de mecanismos como generadores de funciones, síntesis de mecanismos como generadores de trayectorias y la síntesis de mecanismos para la conducción de cuerpos rígidos [3, 4]. La primera de estas se trata en este trabajo. La síntesis de mecanismos como generadores de funciones consiste en diseñar mecanismos los cuales puedan generar una relación entre los ángulos de entrada y salida de la forma $f(\theta) = g(\phi)$ con la cual se puede reproducir una función dada en un número finito de puntos de precisión. En este artículo se propone una metodología de síntesis en donde se utiliza el método de síntesis cinemática del mecanismo plano tipo biela-manivela-corredera como generador de funciones, en donde además se hace que la corredera pueda recorrer una cierta trayectoria especificada para una curva preestablecida, esto con la finalidad de poder conducir cuerpos rígidos a lo largo de esta curva. Aplicaciones de este método de síntesis pueden encontrarse en el diseño de mecanismos elevadoras para automóviles u operaciones de maquinado en donde se requiera un movimiento no lineal de la corredera.

El presente artículo expone primeramente el desarrollo de las ecuaciones necesarias para llevar a cabo la síntesis del mecanismo antes mencionado en donde también se presentan dos ejemplos de aplicación del método, los cuales se consideran casos retadores en donde se evidencia la aplicabilidad del método propuesto.

18.1 Método

El mecanismo plano tipo biela-manivela-corredera es un eslabonamiento de cuatro barras en el cual estas se encuentran unidas mediante cuatro pares inferiores, tres uniones de revoluta y una unión prismática, esto se muestra en la Figura 18.

Figura 18 Diagrama esquemático del mecanismo plano tipo biela-manivela-corredera



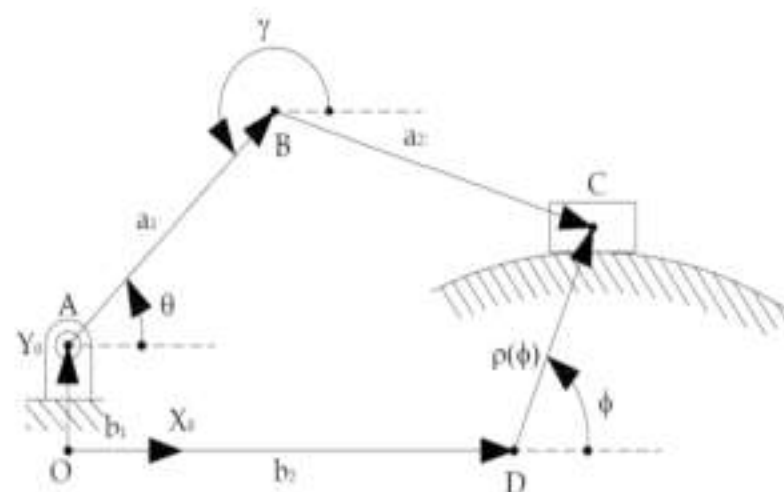
Debe notarse que este mecanismo en particular tiene un solo grado de libertad, es decir, solo se necesita especificar una sola variable para definir completamente el sistema.

Esto resulta propicio ya que para sintetizar mecanismos como generadores de funciones, es necesario que el mecanismo a diseñar tenga un solo grado de libertad ya que de esta forma puede especificarse una función del ángulo de salida en función del ángulo de entrada, de la forma:

(18)

En la Figura 18.1 se muestra el diagrama cinemático auxiliar del mecanismo plano tipo biela-manivela-corredera para el cual la corredera puede seguir una trayectoria dada.

Figura 18.1 Diagrama cinemático auxiliar del mecanismo plano tipo biela-manivela-corredera



En este diagrama se muestran los parámetros geométricos relevantes a los cuales se les conoce como parámetros de diseño (), y los ángulos de entrada y salida (ϕ y θ). Nótese que en este diagrama, en lugar de especificar una variable de longitud s , esta se expresa mediante el radio de una curva como función del ángulo de entrada (). Esta variable de longitud se relaciona con el ángulo de entrada ϕ como sigue:

$$f \quad (18.1)$$

De esta forma el problema de síntesis comienza obteniendo la ecuación de entrada salida del mecanismo, la cual contiene a los ángulos de entrada y salida como variables. Es así que ambas variables se pueden relacionar con la siguiente expresión:

$$(18.1)$$

En donde:

$$\begin{matrix} \text{?} & \text{?} \\ \text{?} & \text{?} \end{matrix} \quad (18.2)$$

Y:

$$\begin{matrix} \text{?} & \text{?} \\ \text{?} & \text{?} \end{matrix} \quad (18.3)$$

En donde el subíndice indica la dirección del vector y el superíndice el sistema al cual están referenciados estos vectores posición. Del diagrama cinemático auxiliar mostrado en la Figura 3, se tiene que los vectores posición son:

$$\begin{matrix} \text{?} & \text{?} & \text{?} & \text{?} \\ \text{?} & \text{?} & \text{?} & \text{?} \end{matrix} \quad (18.4)$$

$$\begin{matrix} \text{?} & \text{?} & \text{?} & \text{?} \\ \text{?} & \text{?} & \text{?} & \text{?} \end{matrix} \quad (18.5)$$

En donde \cos y \sin se utiliza para abreviar el coseno y el seno del ángulo.

Sustituyendo estos vectores en las expresiones (3) y (4) se obtiene que:

$$\begin{matrix} \text{?} & \text{?} & \text{?} & \text{?} \\ \text{?} & \text{?} & \text{?} & \text{?} \end{matrix} \quad (18.6)$$

$$\begin{matrix} \text{?} & \text{?} & \text{?} & \text{?} \\ \text{?} & \text{?} & \text{?} & \text{?} \end{matrix} \quad (18.7)$$

Sustituyendo lo anterior en la expresión (2) se obtiene:

$$+ \quad (18.8)$$

La ecuación anterior es conocida como la ecuación de entrada-salida del mecanismo plano tipo biela-manivela-corredera. Resulta importante resaltar que además de que esta ecuación solo contiene a los ángulos de entrada y salida de este mecanismo, esta también contiene al radio en forma paramétrica en función del ángulo de entrada .

De esta forma y tomando en cuenta que es deseable especificar algún parámetro de diseño para controlar en cierta medida las dimensiones del mecanismo. Es así que este se propone al parámetro como el parámetro que ha de ser especificado por el diseñador, así los parámetros son los que se determinaran del procedimiento de síntesis. Expuesto lo anterior el proceso de síntesis consiste en resolver el siguiente sistema no lineal de tres ecuaciones para tres puntos de precisión especificados por el diseñador, esto es:

$$+ \quad (18.9)$$

$$+ \quad (18.10)$$

$$+ \quad (18.11)$$

+

Resulta evidente que el sistema de ecuaciones definido por las expresiones (18.9), (18.8) y (18.9) son no lineales ya que esta involucra funciones trascendentales seno y coseno para los ángulos de entrada y salida, y además la función del radio puede tomar cualquier forma dependiendo de la curva la cual se desea que la corredera siga. Es por este motivo que se propone resolver esta ecuación mediante el uso de algún método numérico. En este trabajo se resuelve este sistema con el método de Newton [5].

18.2 Resultados y discusión

Como primer ejemplo se propone diseñar un mecanismo plano tipo biela-manivela-corredera el cual genere la función en tres puntos de precisión y que además la corredera de este mecanismo siga la trayectoria de un círculo con radio 3 in y en donde el parámetro es igual a 3in.

Primeramente el radio del círculo es en este caso:

$$(18.12)$$

En este caso se propone que el recorrido de la corredera sea desde un ángulo inicial de 30° a un ángulo de 120° , por lo que en este caso los puntos de precisión se muestran en la Tabla 18:

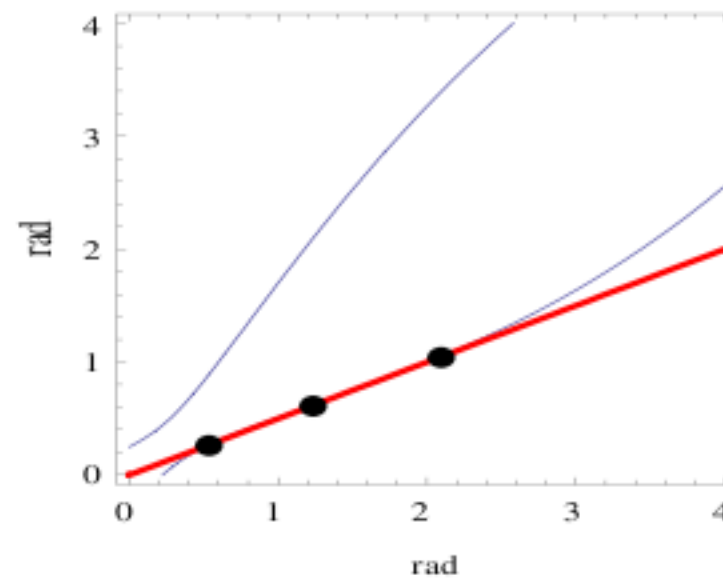
Tabla 18 Puntos de precisión de la función

0.2618 rad	0.5236 rad
0.610867 rad	1.22173 rad
1.0472 rad	2.0944 rad

Empleando el método de Newton, se resuelve el sistema no lineal de tres ecuaciones definido por las expresiones (18.6) a (18.8), con lo cual se obtienen los siguientes parámetros geométricos del mecanismo:

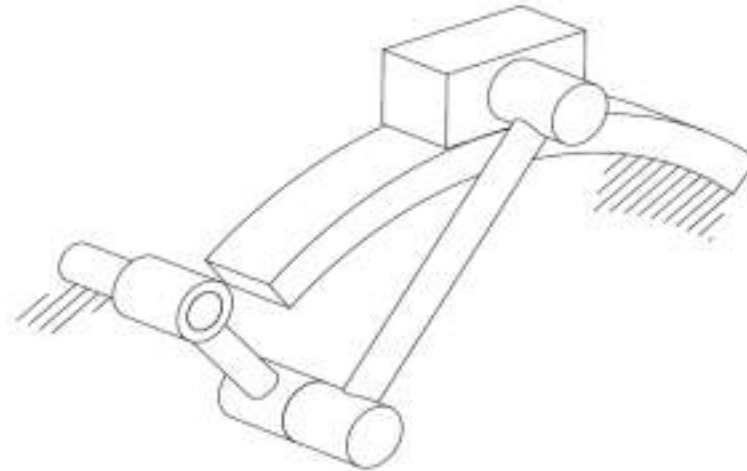
(18.12)

En el grafico 18 se muestra las gráficas de la ecuación entrada-salida del mecanismo (azul), los puntos de precisión y la curva (rojo).

Grafico 18.1 Figuras sobrepuestas de la ecuación entrada-salida, los puntos de precisión y la función

En la Figura se muestra la configuración final del mecanismo diseñado para generar la función en tres puntos de precisión y que además sigue la trayectoria .

Figura 18.2 Mecanismo diseñado para generar la función $y = 0.5 \cos(2x)$ y seguir una trayectoria circular



En este ejemplo se desea diseñar un mecanismo plano tipo biela-manivela-corredera que genere la función $y = 0.5 \cos(2x)$ en tres puntos de precisión y en donde la corredera siga la trayectoria de una elipse en donde los vértices son $(0, 0.5)$ y $(0, -0.5)$, en donde además el parámetro a es igual a 0.5 in.

La ecuación de la elipse en coordenadas cilíndricas es:

$$\frac{r^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1 \quad (18.13)$$

Proponiendo un recorrido desde 20° a 140° en la elipse se tiene que los puntos de precisión son en este caso:

Tabla 18.1 Puntos de precisión de la función

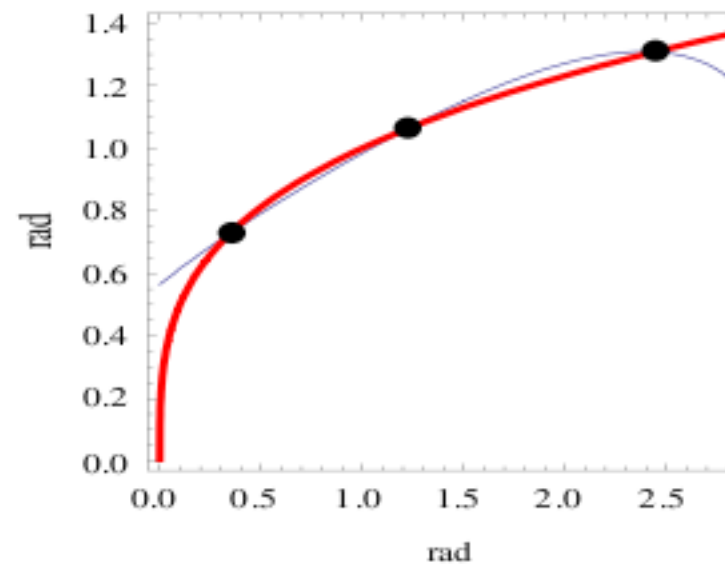
0.349067 rad	0.729243 rad
1.22173 rad	1.06192 rad
2.44347 rad	1.30738 rad

Resolviendo el sistema de ecuaciones no lineales (6) a (8) empleando el método de Newton se tiene que:

$$(18.14)$$

Estos resultados se muestran gráficamente en el grafico 18 en donde se sobreponen las gráficas de la ecuación entrada-salida del mecanismo diseñado (azul), los puntos de precisión alcanzados y la función que se desea generar (rojo).

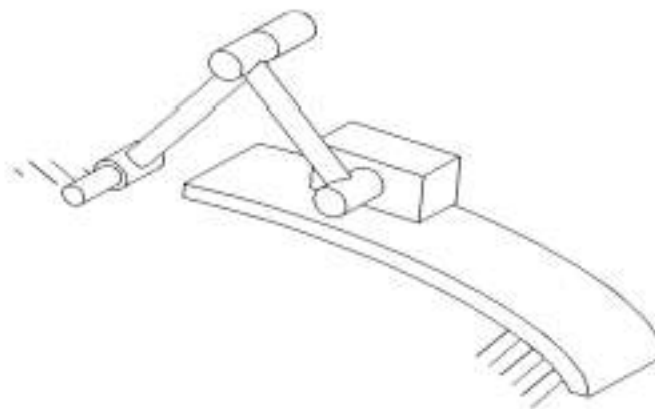
Grafico 18.2 Figuras sobrepuestas de la ecuación entrada-salida, los puntos de precisión y la función



X

En la Figura 18.3, se muestra la configuración final del mecanismo diseñado para generar la función en tres puntos de precisión y que además sigue la trayectoria de una elipse con vértices y .

Figura 18.3 Mecanismo diseñado para generar la función y seguir una trayectoria elíptica



18.3 Conclusiones

Es evidente que empleando el método de síntesis cinemática del mecanismo plano tipo biela-manivela-corredera para que la corredera siga una trayectoria dada y además se mantenga una relación dada entre los ángulos de entrada y salida del mecanismo en tres puntos de precisión, se puede diseñar mecanismos que además de poder controlar la relación entre estos ángulos sin la necesidad de emplear costosos engranes no lineales, también se pueda conducir cuerpos rígidos acoplados a la corredera como es el caso de las piezas de arrastre que mueven los vidrios en los mecanismos eleva lunas en un automóvil. En general en esta aplicación en específico se requiere que los soportes del vidrio sigan trayectorias no rectas debido a la geometría de la puerta.

Este procedimiento de síntesis representa una primera aproximación al diseño de mecanismos que puedan ser utilizados como mecanismos elevables en automóviles, ya que se pudieran utilizar algoritmos de optimización con los cuales se pueda hacer que la función de los ángulos del mecanismo se acople a la curva dada en más puntos con un error mínimo, ver [6], así como también estudiar la factibilidad de diseñar mecanismos en los que el par cinemática B de la Figura 2 pueda seguir una trayectoria dada, ver [7], con el fin de restringir que el eslabonamiento quede siempre dentro de la geometría especificada por la puerta y que además el soporte del vidrio siga la una curva dada.

18.4 Referencias

Mabie H. and Reinholtz C., *Mechanisms and Dynamics of Machinery*, New York: John Wiley & Sons, (1987).

Norton R. L., *Design of Machinery: An Introduction to the Synthesis and Analysis of Mechanisms and Machines*, 3rd Edition, New York: McGraw-Hill, (2004).

Angeles Alvarez J., *Análisis y Síntesis de Sistemas Mecánicos*, 1^{ra} Edición, México D.F., Ed. LIMUSA, (1978).

Hartenberg R. S. and Denavit J., *Kinematic Synthesis of Linkages*, New York: McGraw-Hill, (1964).

Mathews J. H. y Fink K. D., *Métodos Numéricos con Matlab*, 3^{ra} Edición, Madrid, España, Ed. Prentice Hall, (2008).

Angeles J. and Zakhariiev E., *Computational Methods in Mechanical Synthesis: Mechanism Analysis, Synthesis and Optimization*, Berlin, Springer, (1998).

Huang X., Liao Q., Wei S. and Xu Q., *Five Precision Point-Path Synthesis of Planar Four-Bar Linkage Using Algebraic Method*, *Frontiers of Electrical and Electronic Engineering in China*, Vol. 3, No. 4, 470-474, (2008).

Freudenstein F., *Approximate Synthesis of Four-Bar Linkages*, *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, 77, pp. 853-861, (1955).

Cervantes-Sánchez J. J., Gracia L., Rico-Martínez J. M., Medellín-Castillo H. I., González-Galván E. J., *A Novel and Efficient Kinematic Synthesis Approach of the Spherical 4R Function Generator for <five and Six Precision Points*, *Mechanism and Machine Theory*, 44, pp. 2020-2037, (2009).

Cervantes-Sánchez J. J., Gracia L., Alba-Ruiz E., Rico-Martínez J. M., *Synthesis of a Special RPSPR Spatial Linkage Function Generator for Six Precision Points*, *Mechanism and Machine Theory*, 46, pp. 83-96, (2011).

