

Aplicación de la programación lineal a la planeación financiera

Luis Hernández & María Hernández

L.Hernández & M. Hernández
Universidad Tecnológica de Salamanca, Guanajuato

M. Ramos., V.Aguilera., (eds.) .Ciencias Naturales y Exactas, Handbook -©ECORFAN- Valle de Santiago, Guanajuato, 2013.

Abstract

Decision making is one survival skill where human praxis takes place in satisfaction of needs. Actually, one exacerbating need is generating by savings without resource allocation compromising. Mathematical tools give us confidence in budgeting and evaluation. Through simulation and hypothetical performance will test the generated models for linear programming and its application in planning.

4 Introducción

Una tónica recurrente en los estudios de casos de la administración es la toma de decisiones, en la administración de los recursos, las finanzas recurren a herramientas facilitadoras de la planeación. Surgiendo así, la investigación de operaciones como un arte para adecuar los recursos a los fines de la praxis humana, es mediante la administración de operaciones que los recursos, fluyendo dentro de un sistema definido, son combinados y transformados en forma controlada para agregarles valor en concordancia con los objetivos (restricciones) de la organización; en nuestro caso, la escases de recursos financieros.

Los fines son logrados a través de tres medios básicos: 1) maximización de utilidades, 2) proveer el mejor servicio posible y, 3) la subsistencia.

Estos medios conllevan la búsqueda de alternativas que puedan satisfacer las necesidades con menos recursos o con los mismos recursos cubrir más necesidades.

El análisis de las operaciones nos permite: 1) Determinar las tareas críticas para apoyar la estrategia global de la organización y desarrollar una estrategia funcional apropiada; 2) Seleccionar y diseñar los servicios y productos que la organización ofrecerá a sus clientes, patrocinadores o receptores; 3) Determinar cuándo y qué tanto de las instalaciones, equipo y mano de obra se debe tener disponible; 4) Aprender como planear y controlar las actividades del proyecto para cumplir con los requerimientos de desempeño, programa y costo y; 5) Determinar cuándo se debe realizar cada actividad o tarea en el proceso de transformación y donde deben estar los insumos.

El *objetivo* de este artículo es *demostrar los modelos para la toma de decisiones en la conformación de un portafolio de*. Utilizando como herramienta la programación lineal y el valor presente para conocer el precio de los instrumentos financieros elegidos como prospectos.

4.1 Método

Utilizaremos la simulación a través de un caso en cual estará perfilado de la siguiente forma:

La Casa de Arte Jenofonte a través del financiamiento internacional obtiene recursos para las actividades de los próximos cinco años.

Dicho presupuesto se obtuvo al inicio del ejercicio fiscal 2013 por las actividades que se realizarán en proyectos de mejora a las áreas de talleres y exposiciones pictóricas.

De acuerdo al presupuesto presentado en el ejercicio pasado de las necesidades previstas para los cinco años posteriores, se calculó el siguiente presupuesto de efectivo; que corresponde a las cuentas de: caballetes, mesas de trabajo y mamparas.

Tabla 4 Necesidades de efectivo por año

Año	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Requerimiento de efectivo	430,000.00	210,000.00	222,000.00	231,000.00	240,000.00	195,000.00

Fuente: Elaboración propia

El total de requerimientos de efectivo se dispondrá una vez aprobado el prospecto de inversión y será equivalente a \$ 1'528,000.00 (Un millón quinientos veintiocho pesos 00/100 moneda nacional).

Se desea obtener un ahorro en la administración de los recursos y se planteó la opción de invertir el dinero remanente debido a que se tendría disponible en la cuenta de banco \$5'000,000.00 (Cinco millones de pesos 00/100 moneda nacional). A lo cual se pusieron las siguientes políticas de inversión:

Se invertirá mínimo en dos tipos de instrumentos financieros y se mantendrá el dinero en la cuenta de ahorros.

Sólo se podrá invertir en instrumentos de Deuda Pública, a la fecha sólo se pueden adquirir: *Bondes, Bondes T y Bonos generales*.

El horizonte de inversión es de cinco años.

Se invertirá \$1'000,000.00 (Un millón de pesos 00/100 moneda nacional) a dos años y terminado el plazo deberá disponer del dinero en la cuenta de banco.

Mínimo a invertir \$200,000.00 (Doscientos mil pesos 00/100 moneda nacional) en instrumentos de tres a cinco años. Ya que debemos tener al final del sexto año los rendimientos y el capital para el pago de las obligaciones y no tener pasivos.

En atención a las directrices, los productos financieros de Deuda Pública que existen en el mercado son: Cetes, Bondes, Udibonos, y Bonos generales.

Se decidió invertir en Bondes, para lo cual se investigó sus elementos para cumplir con la política de dos o más instrumentos; encontrando los Bondes y los Bondes-T. Derivado de las decisiones, el portafolio contendría: 1) Bondes, 2) Bondes-T, 3) Bonos generales y, 4) Cuenta de ahorros (Maestra de Banamex).

Consecuentemente, se procede al diseño del portafolio, para conocer su estructura, es decir, la cantidad de títulos que se deben comprar y la cantidad de efectivo que se debe mantener en la cuenta de ahorro; se llevarán a cabo los siguientes pasos:

Primero. Calcular el valor actual de los bonos, para conocer el precio inicial de inversión, considerando los datos vertidos en la tabla 4.1 y aplicando la fórmula 1.

Segundo. Conocer la Tasa Interna de Retorno (TIR) de los instrumentos.

Tercero. Plantear el problema para asignar los recursos y conocer la estructura del portafolio a través de la programación lineal.

Cuarto. Simular los efectos en el flujo de efectivo de la empresa y la cuenta de banco.

Tabla 4.1 Características de las alternativas

Conceptos	Instrumento		
	Bondes	Bondes-T	Bonos
Valor nominal	\$ 100.00	\$ 100.00	\$ 100.00
Plazo	28	91	182
días por vencer	728	1092	1820
Tasa cupón/interés	7.05%	7.40%	7.69%
Sobre tasa	0.15%	0.16%	0.00%

Fuente: Elaboración propia

$$VA = C_p \left[\frac{1 - (1 + i)^{-N}}{i} \right] + \frac{VF}{(1 + i)^N} \quad (4)$$

VA: valor actual de un bono.

C_p: pago del cupón.

i: rendimiento actual del bono.

N: número de periodos de intereses.

VF: valor nominal del bono

4.2 Resultados

En la tabla 4.2 se plasma el procedimiento seguido para el cálculo de los precios de cada instrumento, estos corresponden al valor presente del nominal de cada título subastado por el Banco de México.

Tabla 4.2 Cálculo del precio de los instrumentos

Bondes			
Valor nominal:	\$ 100.00	Pago:	\$ 0.548333
Plazo:	28	Valor actual, precio:	\$ 99.718447
Días por vencer:	728		
Tasa del cupón:	7.05		
Sobretasa:	0.15		
Periodos, (N):	26		
Rendimiento actual, (%IA):	0.560000%		

Bondes-T			
Valor nominal:	\$ 100.00	Pago:	\$ 1.870556
Plazo:	91	Valor actual, precio:	\$ 99.569939
Días por vencer:	1092		
Tasa del cupón:	7.40		
Sobretasa:	0.16		
Periodos, (N):	12		
Rendimiento actual, (%IA):	1.911000%		

Bonos			
Valor nominal:	\$ 100.00	Pago:	\$ 3.887722
Plazo:	182	Valor actual, precio:	\$ 100.000000
Días por vencer:	1820		
Tasa del cupón:	7.69		
Periodos, (N):	10		
Rendimiento actual, (%IA):	3.887722%		

Fuente: Elaboración propia

Un elemento importante en la toma de decisiones de inversión es la Tasa Interna De Retorno (TIR), tasa de descuento que hace igual a cero el valor actual neto del flujo de efectivo generado por un proyecto. Lo que podemos interpretar como la rentabilidad de los fondos que realmente se encuentran invertidos en el proyecto, es decir, la rentabilidad que el proyecto le permite generar a un peso mientras el mismo se encuentra invertido en el proyecto, para lo cual se distingue la rentabilidad del proyecto y la rentabilidad de la inversión durante la vida útil del proyecto.

Al utilizar este criterio lo que estamos haciendo es evaluar el proyecto en función de una única tasa de rendimiento por período, con la cual la totalidad de los beneficios actualizados son exactamente iguales a los desembolsos expresados en moneda actual.

Tabla 1.3 Tasa Interna de Retorno

Flujos de Efectivo					
Bondes		Bondes-T		Bonos	
Periodo	Flujo de Efectivo	Periodo	Flujo de Efectivo	Periodo	Flujo de Efectivo
0	\$ -99.718447	0	\$ -99.569939	0	\$ -100.000000
1	0.548333	1	1.870556	1	3.887722
2	0.548333	2	1.870556	2	3.887722
3	0.548333	3	1.870556	3	3.887722
4	0.548333	4	1.870556	4	3.887722
5	0.548333	5	1.870556	5	3.887722
6	0.548333	6	1.870556	6	3.887722
7	0.548333	7	1.870556	7	3.887722
8	0.548333	8	1.870556	8	3.887722
9	0.548333	9	1.870556	9	3.887722
10	0.548333	10	1.870556	10	3.887722
11	0.548333	11	1.870556	11	3.887722
12	0.548333	12	\$ 101.870556	12	103.887722
13	0.548333	TIR	7.56%	TIR	15.38%
14	0.548333				
15	0.548333				
16	0.548333				
17	0.548333				
18	0.548333				
19	0.548333				
20	0.548333				
21	0.548333				
22	0.548333				
23	0.548333				

Fuente: Elaboración propia

De la tabla 4.3 obtenemos las tasas de rendimiento para las alternativas de inversión son:

Bondes.- 7,20%

Bondes -T.- 7,56%

Bonos.- 15,38%

Cuenta Maestra Banamex.- 2%

El horizonte de inversión para los Bondes es de 2 años, para los Bonde-T de 3 años y los Bonos de 5 años.

El tercer paso: planteamiento del problema.

4.3 Objetivo

Determinar la proporción que debe invertirse en instrumentos de Deuda Pública y Cuenta de ahorros, que puede llegar a ser de \$5'000,000.00 (Cinco millones de pesos 00/100 moneda nacional) en cada una de las cuatro categorías, de manera que se maximice la ganancia que se obtendrá en un horizonte de inversión de cinco años.

Se deberá buscar la combinación de títulos y ahorro que minimice la cantidad de recursos que se eroguen al principio de la inversión.

Variables

X_1 = Número de *Bondes* a comprar

X_2 = Número de *Bondes-T* a comprar

X_3 = Número de *Bonos* a comprar

S_1 = Cifra Colocada en la cuenta de ahorros en el año 1

S_2 = Cifra Colocada en la cuenta de ahorros en el año 2

S_3 = Cifra Colocada en la cuenta de ahorros en el año 3

S_4 = Cifra Colocada en la cuenta de ahorros en el año 4

S_5 = Cifra Colocada en la cuenta de ahorros en el año 5

S_6 = Cifra Colocada en la cuenta de ahorros en el año 6

Función Objetivo

Minimizar

$$Z=99,71X_1+99,56X_2+100X_3+S_1+ S_2 +S_3+ S_4 + S_5 + S_6 \quad (4.1)$$

Restricciones

Valor de la inversión al inicio del año 2013

$$99,71X_1+99,56X_2+100X_3-S_1 = 430.000,00 \quad (4.2)$$

La inversión total en Bondes sería $99,71X_1$, la inversión total en Bondes-T $99,56X_2$ y para Bonos sería $100X_3$. La inversión en la cuenta de ahorros para el año 2013 sería S_1 . Las obligaciones contractuales para este año serían de \$430.000,00.

Cifra disponible para el año 2014

$$0,0720X_1+0,0756X_2+0,1538X_3+1,02S_1-S_2 = 210.000,00 \quad (4.3)$$

Los fondos disponibles al principio del 2014 incluyen los rendimientos de la inversión: 1) en Bondes $0,0720X_1$ sobre el valor nominal, 2) en Bondes-T dados por $0,0756X_2$, 3) en Bonos $0,1538X_3$ y, 4) en cuenta maestra $1,02S_1$. La nueva cantidad en ahorros está dada por S_2 . Con la obligación de \$210.000,00 para finales de 2014.

Simil modo, las restricciones para los años subsecuentes son:

Cifra disponible para el año 2015

$$1,0720X_1+0,0756X_2+0,1538X_3+1,02S_2-S_3 = 222.000,00 \quad (4.4)$$

Cifra disponible para el año 2016

$$1,0756X_2+0,1538X_3+1,02S_3-S_4 = 231.000,00 \quad (4.5)$$

Cifra disponible para el año 2017

$$0,1538X_3+1,02S_4-S_5 = 240.000,00 \quad (4.6)$$

Cifra disponible para el año 2018

$$1,1538X_3+1,02S_5-S_6 = 195.000,00 \quad (4.7)$$

Cifra invertida en títulos a dos años

$$99,71X_1+99,56X_2+100X_3-S_1 \geq 1'000.000,00 \quad (4.8)$$

Cifra invertida en títulos a tres años

$$99,71X_1+99,56X_2+100X_3-S_1 \geq 200.000,00 \quad (4.9)$$

Cifra invertida en títulos a cinco años

$$99,71X_1+99,56X_2+100X_3-S_1 \geq 200.000,00 \quad (4.10)$$

Valor máximo del portafolio

$$99,71X_1+99,56X_2+100X_3+S_1+ S_2 +S_3+ S_4 + S_5 + S_6 \leq 5'000.000,00 \tag{4.11}$$

Se especifica en la restricción la restricción tres un coeficiente de 1,0720 el cual refleja el hecho de que el Bonde vence al final del año 2009. El coeficiente 1,0756 refleja el vencimiento del Bonde-T a principios del año 2015 y el 1,1538 es el vencimiento del Bono al final del año 2017.

De forma esquemática podemos plantearlo matemáticamente con la función objetivo y las restricciones como lo muestra la tabla 4.4.

Tabla 4.4 Planteamiento matemático

Función Objetivo	Nombres De Las Variables											
	X1	X2	X3	S1	S2	S3	S4	S5	S6			
Z	99.718447	99.569939	100.000000	1	1	1	1	1	1			
R1	99.718447	99.569939	100.000000	-1						=	b	430,000.00
R2	0.072000	0.075600	0.153800	1.02	-1					=	210,000.00	
R3	1.072000	0.075600	0.153800		1.02	-1				=	222,000.00	
R4		1.075600	0.153800			1.02	-1			=	231,000.00	
R5			0.153800				1.02	-1		=	240,000.00	
R6			1.153800					1.02	-1	=	195,000.00	
R7	99.718447									>=	1,000,000.00	
R8		99.718447								>=	200,000.00	
R9			100.000000							>=	200,000.00	
R10	99.718447	99.569939	100	1	1	1	1	1	1	<=	5,000,000.00	

Fuente: Elaboración propia

Una vez planteado el problema esquemáticamente surge la pregunta ¿qué herramienta tenemos para la resolución rápida? Solver de Excel, e inmediatamente tenemos que resolver ¿Cómo Solucionarlo Con La Herramienta Solver Para Excel?

Primero. A la tabla 5 se le agrega una fila para la respuesta y una para valor óptimo.

Segundo. El valor óptimo se obtiene de la suma de los productos de la fila función objetivo y la fila recién colocada para las respuestas.

Tercero. En la opción herramientas dar clic en Solver. Después seleccionar la celda donde se deberá colocar el valor óptimo y las respuestas, posteriormente se capturar las restricciones en la herramienta y se eligen las opciones lineal y la prueba de negatividad.

Cuarto. Por último se corre el programa para obtener la respuesta como se muestra en la siguiente página.

Tabla 4.5 Solución por solver

Valor Óptimo
1,447,864.07

Función objetivo	Nombres de las variables								
	X1	X2	X3	S1	S2	S3	S4	S5	S6
Z	99.718447	99.569939	100	1	1	1	1	1	1
R1	99.718447	99.569939	100	-1					
R2	0.072	0.0756	0.1538	1.02	-1				
R3	1.072	0.0756	0.1538		1.02	-1			
R4		1.0756	0.1538			1.02	-1		
R5			0.1538				1.02	-1	
R6			1.1538					1.02	-1
R7	99.718447								
R8		99.718447							
R9			100						
R10	99.718447	99.569939	100	1	1	1	1	1	1
	X1	X2	X3	S1	S2	S3	S4	S5	S6
Solución	10028.2348	2005.646959	2481.619296	1,017,864.07	829,476.69	635,349.79	419,595.73	188,369.32	-
Inversión	10028	2005	2481	1,017,864.07	829,476.69	635,349.79	419,595.73	188,369.32	-

Fuente: elaboración propia

La Solución nos dice que el portafolio de inversión estará integrado como sigue:

Bondes.- 10.028 (Diez mil veintiocho títulos)

Bondes-T.- 2.005 (Dos mil cinco títulos)

Bonos.- 2.481 (Dos mil cuatrocientos ochenta y un títulos)

Ahorro 2013.- \$1'017.864,07

Ahorro 2014.- \$829.476,69

Ahorro 2015.- \$635.349,79

Ahorro 2016.- \$419.595,73

Ahorro 2017.- \$188.369,32

El siguiente paso es sustituir las soluciones en las restricciones pues estos representan nuestros flujos de efectivo, tal como aparece en la tabla 4.6.

Tabla 4.6 Flujos de efectivo.- Sustitución de la solución en las restricciones

R1	999,976.59	199,637.73	248,100.00	- 1,017,864.07	-	-	-	-	-	=	429,850.24
R2	-	151.58	381.58	1,038,221.36	- 829,476.69	-	-	-	-	=	209,277.82
R3	-	151.58	381.58	-	846,066.22	- 635,349.79	-	-	-	=	211,249.59
R4	-	2,156.58	381.58	-	-	648,056.79	- 419,595.73	-	-	=	230,999.21
R5	-	-	381.58	-	-	-	427,987.65	- 188,369.32	-	=	239,999.90
R6	-	-	2,862.58	-	-	-	-	192,136.71	-	=	194,999.29
R9	999,976.59									>=	999,976.59
R10		199,637.73								>=	199,637.73
R11			248,100.00							>=	248,100.00
R12	1,000,000.00	199,702.15	248,161.93	1,017,864.07	829,476.69	635,349.79	419,595.73	188,369.32	-	<=	4,538,519.68

Fuente: elaboración propia

La tabla 4.6 muestra los flujos de caja que el portafolio podrá generar con la estructura definida mediante programación lineal.

Incluyo los flujos de caja sin el portafolio, los cuales corresponden a los plasmados en las tres columnas de la derecha.

Tabla 4.7 Flujos de efectivo - cuenta de banco

Periodo	<i>EFFECTIVO CON EL PROYECTO</i>			<i>EFFECTIVO SIN EL PROYECTO</i>		
	<i>Debitos</i>	<i>Créditos</i>	<i>Saldo</i>	<i>Debitos</i>	<i>Créditos</i>	<i>Saldo</i>
0	5,000,000.00	2,895,578.39	2,104,421.61	5,000,000.00	430,000.00	4,570,000.00
1	1,143,997.02	1,039,476.69	2,208,941.94	-	210,000.00	4,360,000.00
2	1,954,641.88	857,349.79	3,306,234.03	-	222,000.00	4,138,000.00
3	882,849.52	650,595.73	3,538,487.81	-	231,000.00	3,907,000.00
4	447,278.53	428,369.32	3,557,397.02	-	240,000.00	3,667,000.00
5	459,527.59	195,000.00	3,821,924.60	-	195,000.00	3,472,000.00

Fuente: elaboración propia

4.4 Conclusiones

Las actividades de inversión propuestas dejan un ahorro de \$349.924,60 (Trescientos cuarenta y nueve mil novecientos veinticuatro pesos 60/100 moneda nacional) lo que equivale a un año de gastos corrientes, si no se aplica el portafolio propuesto se estarían dejando ociosos los ingresos presupuestales al inicio del ejercicio debido a que los recursos permanecen en las cuentas de banco sin obtener rendimientos.

Las alternativas de BONDES, BONDES-T y BONOS surgen como medida restrictiva pues sólo se permite invertir en deuda que emite el mismo gobierno y no para especulación y tener bien contabilizados los movimientos tanto de inversión como de abono por intereses devengados y cobrados. El planteamiento anterior muestra como la responsabilidad de quien administra el presupuesto debe tener mecanismos de rendición de cuentas.

4.5 Referencias

Gallagher, Charles A. y Watson, Hugh J. (1992) Métodos Cuantitativos para la toma de decisiones en Administración; cuarta edición; México: Mc. Graw-Hill.

Hillier, Frederick S. y Lieberman, Gerald J. (1997) Introducción a la Investigación de Operaciones; sexta edición; México: Mc. Graw-Hill.

Moskowitz, Herbert y Wright, Gordon P. (1991) Investigación de Operaciones; México: Prentice-Hall Hispanoamericana, S. A.

Shamblin, James E. y Stevens, G. T, Jr. (1993); Investigación de Operaciones (Un enfoque fundamental) México: Mc. Graw-Hill.

Taha, Hamdy (2004); Investigación de Operaciones quinta edición; México: Alfaomega.

Thierauf, George y Grosse, Richard (1982); Toma de Decisiones por medio de Investigación de Operaciones; México: Limusa Wiley.

Winston, Wayne L. (1990); Operations Research Applications and Algorithms; PWS-KENT Publishing Company.